

Наилучшим образом зарекомендовала себя на математических олимпиадах 7-балльная шкала, действующая на всех математических соревнованиях от начального уровня до Международной математической олимпиады. Каждая задача оценивается целым числом баллов от 0 до 7. Итог подводится по сумме баллов, набранных участником.

**Всего 35 баллов.**

Полное верное решение.- **7б**

Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.- **6-7 б**

Решение содержит незначительные ошибки, пробелы в обоснованиях, но в целом верно и может стать полностью правильным после небольших исправлений или дополнений.- **5-6 б**

Верно рассмотрен один из двух (более сложный) существенных случаев.- **4 б**  
Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи.- **2-3 б**

Рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении).- **1б**

Решение неверное, продвижения отсутствуют.-**0 б**

Решение отсутствует. -**0б**

## 5 класс

**5.1.** Расставьте скобки в выражении  $7 - 6 - 5 - 4 - 3 - 2 - 1 = 0$  так, чтобы получилось верное равенство.

**5.2.** Восстановите пример на сложение, где цифры слагаемых заменены звездочками:  $** + ** + ** = 296$ .

**5.3.** Из клетчатого квадрата  $5 \times 5$  вырезали центральный квадратик  $1 \times 1$ . Разрежьте оставшуюся фигуру на 6 равных клетчатых фигур. Приведите какой-нибудь один пример разрезания.

**5.4.** У Карлсона в шкафу стоят 5 банок малинового, 8 банок земляничного, 10 банок вишневого и 25 банок клубничного варенья. Может ли Карлсон съесть все варенье, если каждый день он хочет съесть 2 банки варенья, при этом обязательно из разных ягод?

**5.5.** В конце каждого урока физкультуры учитель проводит забег и даёт победителю забега три конфеты, а всем остальным ученикам – по одной. К концу четверти Петя заслужил 29 конфет, Коля – 30, а Вася – 33 конфеты. Известно, что один из них пропустил ровно один урок физкультуры, участвуя в олимпиаде по математике; остальные же уроков не пропускали. Кто из детей пропустил урок? Объясните свой ответ.

## 6 класс

**6.1.** Запишите числа 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9 в строку так, чтобы из любых двух соседних чисел одно делилось бы на другое.

**6.2.** У Олега есть семь прямоугольников размерами  $1 \times 1$ ,  $1 \times 2$ ,  $1 \times 3$ ,  $1 \times 4$ ,  $1 \times 5$ ,  $1 \times 6$  и  $1 \times 7$ . Помогите ему сложить из них два прямоугольника одинаковой площади, но разного периметра.

**6.3.** Вася, Петя, Миша и Толя вскладчину купили радиоуправляемый самолет, причем каждый из них заплатил целое число рублей. У ребят спросили, сколько они потратили денег.

Вася сказал: «Я заплатил ровно четверть цены самолета».

Петя сказал: «Я заплатил на 35 рублей больше Миши».

Толя сказал: «Я заплатил на 50 рублей меньше Васи».

Докажите, что кто-то из ребят ошибся в подсчетах.

**6.4.** Существует ли набор из 4 гирь такой, что с их помощью можно взвесить на чашечных весах любое целое количество килограммов от 10 до 24? Гири можно ставить на обе чашки весов.

**6.5.** У весов сдвинута стрелка, то есть они всегда показывают на фиксированное число граммов больше (или меньше) чем истинный вес. Когда на весы 20 положили дыню, весы показали 3 кг. Когда на весы положили арбуз, весы показали 5 кг. Когда взвесили и арбуз, и дыню, весы показали 7 кг. Сколько кг покажут весы, если на них поставить гирю в 2 кг?

## Решения

### 5 класс

1. Расставьте скобки в выражении  $7 - 6 - 5 - 4 - 3 - 2 - 1 = 0$  так, чтобы получилось верное равенство.

**Ответ.** Например, скобки можно расставить так:  $(7 - 6) - (5 - 4) - (3 - 2 - 1) = 0$ .

2. Восстановите пример на сложение, где цифры слагаемых заменены звездочками:  $** + ** + ** = 296$ .

**Ответ.**  $99 + 99 + 98 = 296$ .

3. Из клетчатого квадрата  $5 \times 5$  вырезали центральный квадрат  $1 \times 1$ . Разрежьте оставшуюся фигуру на 6 равных клетчатых фигур. Приведите какой-нибудь один пример разрезания.

4. У Карлсона в шкафу стоят 5 банок малинового, 8 банок земляничного, 10 банок вишневого и 25 банок клубничного варенья. Может ли Карлсон съесть все варенье, если каждый день он хочет съесть 2 банки варенья, при этом обязательно из разных ягод?

**Ответ.** Не может.

**Решение.** Каждую банку клубничного варенья Карлсон съедает вместе с какой-то из

$5 + 8 + 10 = 23$  банок другого варенья. Значит, он съест не более 23 банок клубничного

варенья и все варенье съесть не сможет.

5. В конце каждого урока физкультуры учитель проводит забег и даёт победителю забега три конфеты, а всем остальным ученикам – по одной. К концу

четверти Петя заслужил 29 конфет, Коля – 30, а Вася – 33 конфеты. Известно, что один из

них пропустил ровно один урок физкультуры, участвуя в олимпиаде по математике;

остальные же уроков не пропускали. Кто из детей пропустил урок?

Объясните свой ответ.

**Ответ.** Коля.

**Решение.** После каждого забега все присутствующие на уроке школьники получают

нечётное количество конфет. Поэтому чётность количества полученных конфет у ребят,

посетивших все уроки, должна быть одинаковой. Но из трёх чисел 29, 30, 33 первое и третье – нечётные, а второе – чётное. Значит, пропустил урок тот, у кого чётное количество заработанных конфет.

## 6 класс

**6.1.** Запишите числа 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9 в строку так, чтобы из любых двух соседних чисел одно делилось бы на другое.

**Ответ.** Например: 9, 3, 6, 2, 4, 8, 1.

**6.2.** У Олега есть семь прямоугольников размерами  $1 \times 1$ ,  $1 \times 2$ ,  $1 \times 3$ ,  $1 \times 4$ ,  $1 \times 5$ ,  $1 \times 6$  и  $1 \times 7$ . Помогите ему сложить из них два прямоугольника одинаковой площади, но разного периметра.

**Замечание.** Существуют различные решения.

**6.3.** Вася, Петя, Миша и Толя вскладчину купили радиоуправляемый самолет, причем каждый из них заплатил целое число рублей. У ребят спросили, сколько они потратили денег.

Вася сказал: «Я заплатил ровно четверть цены самолета».

Петя сказал: «Я заплатил на 35 рублей больше Миши».

Толя сказал: «Я заплатил на 50 рублей меньше Васи».

Докажите, что кто-то из ребят ошибся в подсчетах.

**Ответ.** Предположим, что никто из ребят не ошибся. Так как Вася заплатил четверть цены самолета, то цена самолета делится на 4. Значит, цена является четным числом. Так как Петя заплатил на 35 рублей больше Миши, то Петя с Мишей вместе заплатили нечетное число рублей. Так как Толя заплатил на 50 рублей меньше Васи, то Толя с Васей вместе заплатили четное число рублей. Но тогда все ребята вместе заплатили нечетное число рублей, а цена самолета четная. Получили противоречие.

**6.4.** Существует ли набор из 4 гирь такой, что с их помощью можно взвесить на чашечных весах любое целое количество килограммов от 10 до 24? Гири можно ставить на обе чашки весов.

**Ответ.** Существует.

Рассмотрим набор из гирь массами 1 кг, 2 кг, 4 кг и 17 кг. В таблице ниже показано, как взвесить любой груз от 10 кг до 24 кг. Груз кладется на левую чашку весов.

Груз	Гири на левой чашке	Гири на правой чашке
10	$1 + 2 + 4$	17

11	$2 + 4$	17
12	$4 + 1$	17
13	4	17
14	$1 + 2$	17
15	2	17
16	1	17
17	нет	17
18	нет	$17 + 1$
19	нет	$17 + 2$
20	нет	$17 + 1 + 2$
21	нет	$17 + 4$
22	нет	$17 + 4 + 1$
23	нет	$17 + 4 + 2$
24	нет	$17 + 4 + 2 + 1$

**Замечание.** Существуют и другие примеры.

**6.5.** У весов сдвинута стрелка, то есть они всегда показывают на фиксированное число граммов больше (или меньше) чем истинный вес. Когда на весы 20 положили дыню, весы показали 3 кг. Когда на весы положили арбуз, весы показали 5 кг. Когда взвесили и арбуз, и дыню, весы показали 7 кг. Сколько кг покажут весы, если на них поставить гирию в 2 кг?

**Ответ.** 3 кг.

**Решение.** На сумму  $3 + 5 = 8$  кг сдвиг стрелки влияет дважды, а на вес 7 кг – только один раз. Поэтому сдвиг стрелки равен  $8 - 7 = 1$  кг. Следовательно, правильный вес на 1 кг меньше, чем показывают весы. Значит, если на весы поставить гирию в 2 кг, то они покажут 3 кг.